




聖公會林護紀念中學

2023-24 中一學位申請 第一階段面試 (數學解難) (總分：9 分)


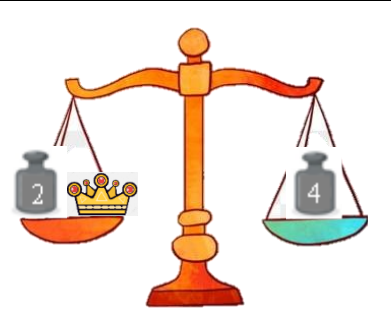
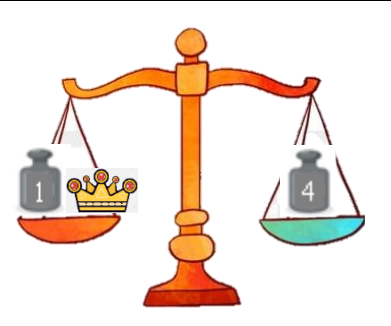
利用天平和砝碼，我們可以找到一件物品的實際重量。如果天平兩邊的重量相等，天平會處於平衡狀態。在這數學解難題目中，天平的放置必須如下圖所示：左邊必須放置剛好一個砝碼及一件未知重量(重量為整數公斤)的物件 A，而右邊必須擺放剛好一個砝碼。使用這個天平，如果我們有 1、2 及 4 公斤砝碼，則無論物件 A 的重量為 1、2 或 3 公斤，我們都有方法使天平置於平衡狀態。

|   |   |  |
|---|---|--|
|  |  |  |
| 當物件 A 重量為 1 公斤  | 當物件 A 重量為 2 公斤  | 當物件 A 重量為 3 公斤   |

- 小明手上有四個砝碼，其中三個為 1、6 及 7 公斤。請問第四個砝碼有多重，才能肯定無論物件 A 重量為 1、2、3、4、5 或 6 公斤，他都有方法使天平置於平衡狀態？ (2 分)
- 小美手上有五個砝碼，1、3、8、11 及 12 公斤砝碼各一個。
  - 如果物件 A 現在重量為 9 公斤，小美如何才使天平置於平衡狀態？ (1 分)
  - 當物件 A 的重量為 1 到 11 公斤中的其中 1 個整數重量時，小美使用手上的砝碼並沒有方法能使天平置於平衡狀態。請問物件 A 的重量是多少？ (1 分)
- 小強手上有 1、3、8、12 公斤砝碼各一個。他只要多一個  $n$  公斤的砝碼，可使他在當物件 A 的重量為 1 到 11 公斤中的其中 10 個整數時，他都有方法使天平置於平衡狀態。試說出  $n$  的兩個可能性。 (3 分)
- 小柔說，如果只有五個砝碼，而物件 A 的重量為 1 至 11 公斤中的任意 1 個整數重量，則不一定有方法使天平置於平衡狀態。你同意嗎？為什麼？ (2 分)

(應考同學在面試作答時，不需重複讀問題。另外，面試老師可能對你的解答作出追問)。

Using a scale and weights, we can find the mass of an object. If both sides of the scale have equal masses, we call it “**balanced**”. In this problem, we will use the following rules in using the scale: **On the left, we place exactly one weight and an object A with an unknown integral weight. On the right, we put exactly one weight.** The figures below show an example. If we have weights with masses 1, 2 and 4 kg, we can make the scale balanced when the mass of object A is 1, 2 or 3 kg.

|   |   |  |
|---|---|--|
|  |  |  |
| When object A weighs 1 kg   | When object A weighs 2 kg   | When object A weighs 3 kg  |

- Alan has four weights, the masses of three of them are 1, 6 and 7 kg. What is the mass of the fourth weight, so that Alan can ensure that the scale can be balanced, if mass of the object A can be 1, 2, 3, 4, 5 or 6 kg? (2 marks)
- Betty has five weights, the masses of them are 1, 3, 8, 11 and 12 kg.
  - If the mass of object A is 9 kg, how can Betty balance the scale? (1 mark)
  - When the mass of object A is one of the integer from 1 to 11 kg, Betty doesn't have any way to balance the scale using the weights she has. What is the weight of object A? (1 mark)
- Calvin has four weights with masses 1, 3, 8 and 12 kg. If he has an additional weight of  $n$  kg, he will be able to balance the scale in 10 out of 11 possible integer weights for object A, ranging from 1 to 11 kg. Please state the two possible values of  $n$ . (3 marks)
- Doris said, if there are only five weights, and the mass of object A is any integer from 1 to 11 kg, then there may not be a way to balance the scale. Do you agree? Explain your answer. (2 marks)

(In the interview, candidates need not repeat the questions to the interviewers).

(The interviewers may ask you further question to elaborate your answer).

參考答案：

1. 3 公斤
- 2a. 3 公斤砝碼和物件 A 放一邊，12 公斤砝碼放另一邊
- 2b. 6 公斤
3. 9 或 11
4. 同意，因為五個砝碼，每兩個砝碼之間的重量差，最多只有  $4+3+2+1 = 10$  個不同的可能值，因此不能量度 11 個不同的重量。